*4e Conférence Francophone de MOdélisation et SIMulation*
*"Organisation et Conduite d'Activités dans l'Industrie et les Services"*
*MOSIM'03 – du 23 au 25 avril 2003 – Toulouse (France)*

# L'INFLUENCE DE LA DECENTRALISATION SUR LA PERFORMANCE D'UNE CHAÎNE LOGISTIQUE A DEUX ETAGES

**Zied JEMAI**

Centrale Génie Industriel
Ecole Centrale Paris
Grande Voie des vignes
92295 Chatenay Malabry, France
Mél : jemai@lgi.ecp.fr

**Fikri KARAESMEN**

Department of Industrial Engineering
Koç University
80910, Sariyer, Istanbul, Turquie
Mél : fkaraesmen@ku.edu.tr

**RESUME :** *Nous étudions un modèle mono-produit à deux agents : un fournisseur qui gère un système de production par anticipation à une seule machine où les temps de fabrication suivent une loi exponentielle et un détaillant qui gère un système de stockage où les temps d'inter-arrivées des demandes sont exponentiels. Dans un système géré par une politique de Base stock (stock nominal) avec un modèle à un étage de production et un étage de stockage, nous nous intéressons à la détermination des niveaux de stock optimaux et des coûts associés. Nous étudions la qualité de la solution du système décentralisé dans le cas de l'équilibre de Nash par rapport à la solution centralisée et nous montrons qu'il existe des méthodes de coordination amenant la solution du système décentralisée à celle du système centralisé.*

**MOTS-CLES :** *Théorie des jeux ; Base stock ; Coordination ; M/M/1 ; Equilibre de Nash ;*

## 1. INTRODUCTION

Les chaînes logistiques sont souvent composées de plusieurs acteurs qui ne font pas partie de la même entreprise. Les décisions opérationnelles sont prises au niveau individuel par rapport aux critères locaux. En ce qui concerne l'optimisation de la chaîne, elle implique l'optimisation individuelle souvent d'une façon concurrentielle. Naturellement, la décentralisation des décisions conduit à une perte d'efficacité pour l'ensemble da la chaîne.

Notre but dans cet article est d'étudier d'une façon analytique le fonctionnement décentralisé d'un modèle simplifié d'une chaîne logistique afin de mieux comprendre les effets de la décentralisation et son impact sur les performances de la chaîne logistique.

Nous modélisons un système mono produit de production/stockage à deux étages gérés par deux agents différents : un fournisseur et un détaillant. Une particularité de notre approche est la modélisation explicite de la capacité de fabrication par une file d'attente dont le serveur représente la ressource de fabrication (Buzacott et Shanthikumar, 1983).

Un étage de production /stockage géré par le fournisseur et modélisé par un serveur avec un temps de fabrication exponentiel. Le système est contrôlé par une politique de base stock (stock nominal).

Un étage de stockage géré par le détaillant et modélisé par un stock afin de répondre à une demande aléatoire unitaire. Les temps d'inter arrivées suivent une loi exponentielle. Le système est contrôlé par une politique de base stock. Les ventes non satisfaites seront mises en attente.

Afin d'aboutir à des résultats analytiques, nous supposons que : le temps de transport entre les deux étages est nul et que l'opération de transport n'a pas une grande valeur ajoutée. Ces hypothèses nécessaires à la résolution analytique de notre problématique, ne sont pas limitatives puisqu'elles donnent des résultats pertinents pour des systèmes ou le temps de fabrication est beaucoup plus important que le temps de transport. (Cachon, 1999) a eu recours aux mêmes suppositions pour résoudre un problème similaire au notre avec des ventes perdues.

Dans la version centralisée de notre problématique, le système est géré par un seul agent qui optimisera globalement la chaîne logistique. Dans ce système la politique Base Stock est optimale pour le système centralisé avec une demande qui suit un processus de poisson.

Dans le système décentralisé, chaque agent essayera d'optimiser sa fonction objectif en fonction des paramètres de son étage tout en sachant que l'autre agent a le même objectif. Nous supposons que tous les paramètres sont connus par les deux agents.

Nous étudions ce modèle en se basant sur la théorie des jeux, nous traitons en particulier l'équilibre de Nash.

Il est connu que le système décentralisé est moins performant que le système centralisé. En particulier, pour un modèle similaire au notre avec des ventes perdues, (Cachon, 1999) montre qu'un équilibre de Nash existe et peut être multiple et qu'il est moins efficace que la solution centralisée. (Celikbas *et al.*, 1999) présentent des résultats similaires avec un système décentralisé (marketing et production) avec un modèle mono période et étudient les possibilités de coordination. (Caldentey et Wein, 2000) aboutissent à des résultats similaires pour un système à deux agents où le fournisseur contrôle le taux de production et le détaillant le niveau de stock.

Contrairement à (Cachon, 1999), nous développons dans ce travail des résultats analytiques. Le recours à un modèle avec backlog, nous a permis d'autre part de vérifier le comportement asymptotique des performances de notre système pour des taux d'utilisation élevés, ce que le modèle avec des ventes perdues ne le permet pas. (Cachon et Zipkin, 1999) se sont intéressé à un système à deux étages dans une politique de Base Stock avec backlog, mais ils n'ont pas traité le problème de capacité de production dont nous avons prouvé l'influence non négligeable sur les performances du système.

Afin d'améliorer les performances de la chaîne logistique, nous aurons recours à la coordination qui consiste à élaborer des contrats entres le fournisseur et le détaillant afin de ramener la solution décentralisée à la solution centralisée tout en vérifiant les contraintes de participation. Ces contraintes garantissent aux différents agents un gain apporté par la coordination par rapport à l'équilibre de Nash sans coordination.

L'apport de la coordination sur les performances de la chaîne logistique a été bien démontré dans la littérature. Plusieurs contrats ont été étudié, généralement avec l'attention de réduire les coûts et de coordonner le système (Corbett et DeCroix, 2001), (Cachon, 1999), (Caldentey et Wein, 2000).

Ce travail est organisé comme suit. Dans le second paragraphe, nous introduisons le modèle étudié ainsi que les différentes notations employées. Au cours de la troisième partie, nous présentons la solution centralisée de notre problématique ; nous nous intéressons ensuite à à notre contribution dans la détermination de l'équilibre de Nash pour la solution décentralisée. Nous comparons ensuite les deux solutions obtenues, nous étudions un contrat qui nous permettra de ramener la solution décentralisée à la solution centralisée et nous discutons les limites de ce contrat pour la coordination.

## 2. MODELES ET NOTATIONS

On considère un système de production composé d'une seule ressource (par exemple machine ou cellule) représentée par une file d'attente à un seul serveur et deux stocks avec des temps d'inter-arrivées indépendants et identiquement distribués et un temps de fabrication exponentiel. Soit $T_n$ le temps entre les arrivées $n$ et $n+1$, $\lambda=1/E[Tn]$ le taux d'arrivée, $\mu$ le taux de service et $\rho=\lambda/\mu$ le taux d'utilisation. Les deux stocks sont gérés par une politique de Base Stock (Buzacott et Shanthikumar, 1993). On part d'un état initial comportant *Ss** pièces dans le stock *X1(t)* et *Sr** pièces dans le stock *X2(t)*. En arrivant dans le système, le client génère simultanément un ordre de fabrication dans la file d'attente du serveur et une entité dans la file *Y1(t)* et *Y2(t)*. Cette dernière ne quittera le système que si le stock *X2(t)* est non vide et engendre la diminution d'une entité du stock qui sera instantanément remplacée par une unité de stock de *X1* si ce dernier est non vide. Chaque entité de *X1* et de *X2* génère un coût de stockage *h* par unité de temps (nous supposons que l'opération de transport entre les étages 1 et 2 a une valeur ajoutée négligeable ce qui justifie un coût de stockage identique pour les deux étages) alors que le client engendre un coût de backlog *b* par unité de temps passé dans la file *Y2*. (figure 1)

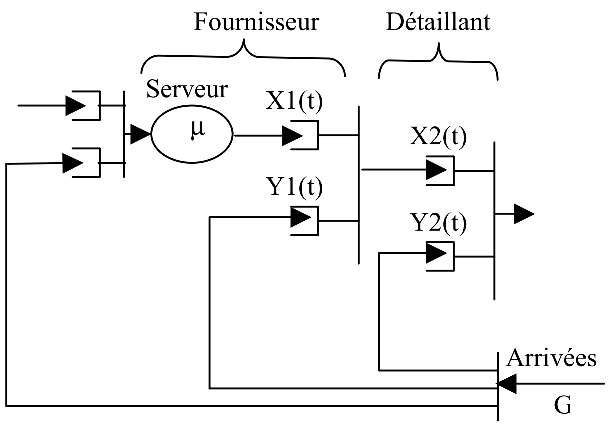


Figure 1. Modélisation d'un problème de production par anticipation à deux agents avec une stratégie de Base Stock

## 3. RESULTATS PRINCIPAUX

### 3.1. La solution centralisée :

Dans le système centralisé, l'optimisation globale de la chaîne logistique est réalisée par un seul agent. L'étude de la version centralisée de notre modèle revient à l'étude d'un système de production par anticipation de type *M/M/1* (Buzacott et Shanthikumar, 1993) et Kleinrock, 1975). Soit *I(S)* le niveau de stock moyen et *B(S)* le niveau de backlog moyen alors la fonction coût moyen s'écrit :

$$C(S) = hI(S) + bB(S)$$

ou $I(S) = S - \dfrac{\rho(1-\rho^S)}{1-\rho}$ et $B(S) = \dfrac{\rho^{S+1}}{1-\rho}$ .

Nous désignons par $\lfloor x \rfloor$ la valeur entière de *x*. Le niveau de stock optimal s'écrit : $S^* = \left\lfloor \dfrac{Log \dfrac{h}{h+b}}{Log\rho} \right\rfloor$.

Ainsi, la solution centralisée peut être considérée comme un bon point de référence pour le système décentralisé. Notons également que, le coût optimal du système centralisé est une borne inférieur pour le coût optimal du système décentralisé.

### 3.2. La solution décentralisée :

Soient *Is* le stock moyen du fournisseur et *Ir* le stock moyen du détaillant. *Is* et *Ir* sont des fonctions de *Ss* et de *Sr* les niveaux de stock du fournisseur et du détaillant :

$$Is(Ss,Sr) = Ss - \frac{\rho(1-\rho^{Ss})}{1-\rho}$$

$$Ir(Ss,Sr) = Sr - \frac{\rho^{Ss+1}(1-\rho^{Sr})}{1-\rho}$$

Dans le modèle que nous avons proposé, le système n'est pénalisé par des coûts de backlog que lorsque les deux stocks sont vides. Dans ce cas, le coût de backlog total est partagé entre le fournisseur et le détaillant par les coefficients *bs* et *br* qui sont supposés connus par les deux agents et fixés d'avance. Soit *Bs* et *Br* les coûts moyens de backlog du fournisseur et du détaillant, alors on a:

$$Bs(Ss,Sr) = bs\frac{\rho^{Ss+Sr+1}}{1-\rho} = bsB(Ss,Sr)$$

$$Br(Ss,Sr) = br\frac{\rho^{Ss+Sr+1}}{1-\rho} = brB(Ss,Sr)$$

Les coûts respectifs du fournisseur et du distributeur s'écrivent de la manière suivante :

$$Cs(Ss,Sr) = hIs(Ss,Sr) + bsB(Ss+Sr)$$
$$Cr(Ss,Sr) = hIr(Ss,Sr) + brB(Ss+Sr)$$

ce qui donne :

$$Cs = h\left(Ss - \frac{\rho-\rho^{Ss+1}}{1-\rho}\right) + bs\frac{\rho^{Ss+Sr+1}}{1-\rho} \qquad (1)$$

$$Cr = h\left(Sr - \frac{\rho^{Ss+1}(1-\rho^{Sr})}{1-\rho}\right) + br\frac{\rho^{Ss+Sr+1}}{1-\rho} \qquad (2)$$

***Lemme 1a :***
*Cs(Ss, Sr)* est convexe en *Ss* et atteint son minimum pour la valeur suivante de *Ss* :

$$Ss^* = \left\lfloor \frac{Log \dfrac{h}{h+bs\times\rho^{Sr}}}{Log\rho} \right\rfloor.$$

***Lemme 1b :***

*Cr(Ss, Sr)* est convexe en *Sr* et atteint son minimum pour la valeur suivante de *Sr* :

$$Sr^* = \max(0; \left\lfloor \frac{Log \dfrac{h}{h+br}}{Log\rho} - Ss \right\rfloor)$$

On remarque bien que *Sr** et *Ss** sont inférieures à *S** le niveau de stock optimal dans la solution centralisée.

#### *3.2.1. Equilibre de Nash :*
Sous un équilibre de Nash, le fournisseur choisit *Ss** qui minimise son coût *Cs(Ss, Sr)* en supposant que le détaillant choisit *Sr** afin de minimiser *Cr(Ss, Sr)* ; de même, le détaillant choisit *Sr** pour minimiser *Cr(Ss, Sr)* en supposant que le fournisseur choisit *Ss** pour minimiser *Cs(Ss, Sr)*. Bref, la stratégie de chaque agent est la meilleure réponse à la stratégie de l'autre et les deux agents n'ont pas intérêt à s'éloigner de l'équilibre de Nash (Binmore, 1999).

A partir des fonctions de coût du fournisseur et du détaillant (1) et (2) le problème décentralisé admet au moins un équilibre de Nash. Vu que les variables *Ss* et *Sr* sont discrètes l'équilibre de Nash peut être multiple.

Les expressions des niveau du stock optimal *Ss** et *Sr** s'écrivent alors :

Si $br < bs$ alors $Sr^* = 0,\ Ss^* = \left\lfloor \dfrac{Log\left(\dfrac{h}{h+bs}\right)}{Log\rho} \right\rfloor$, Si $br \geq bs$ alors $Ss^*$ et $Sr^*$ sont liés par la relation

$$Sr^* + Ss^* = \left\lfloor \frac{Log\left(\frac{h}{h+br}\right)}{Log\rho} \right\rfloor .$$

***Proposition 2 :***
Soit un système à deux agents *S* et *R* dont les fonctions de coût sont présentées par les équations (1) et (2), alors dans les deux cas extrêmes $br = 0$ ou $bs = 0$, l'équilibre de Nash vérifie $Ss^* + Sr^* = S^*$ sinon $Ss^* + Sr^* \leq S^*$.

Généralement, en dehors des valeurs extrêmes de *br* et de *bs* on a bien $Ss^* + Sr^* < S$ or du fait de la discontinuité des variables l'égalité entre le stock du système centralisé et la somme des stocks du système décentralisé peut se présenter.

### *3.2.2. Comparaison des solutions*

***Corollaire 3 :***
Soit *C(S)* la fonction coût du système centralisé. Alors, $Cs(Ss^*, Sr^*) + Cr(Ss^*, Sr^*) \geq C(S^*)$.

Ainsi à partir de ce corollaire, l'équilibre de Nash s'avère moins efficace que la solution centralisée et on n'obtient l'égalité dans les deux systèmes que dans des cas extrêmes de *br* et de *bs* qui ne sont pas intéressantes parce qu'elles fixent le stock de l'un des deux agents à 0 donc ils nous ramènent à un système centralisé ou possiblement dans d'autres points qui apparaissent du fait de la discontinuité des stocks et que nous vérifions dans les résultats numériques qu'elles sont très rares.

Nous définissons la perte relative

$$PR = \frac{Cs(Ss^*, Sr^*) + Cr(Ss^*, Sr^*) - C(S^*)}{C(S^*)} .$$

L'étude de *PR* par rapport à la solution centralisée en fonction de *br* montre que *Pr(br)* est symétrique par rapport à *br=bs* et qu'elle est croissante sur *[0,b/2]*.

Nous illustrons ce résultat sur un exemple (figure 2) et nous remarquons que les courbes de la perte relative entre la solution centralisée et l'équilibre de Nash ont la même allure avec un max à *br=bs* qui ne dépasse pas en général 10%.

Notons aussi que la perte est décroissante en fonction de *b* et croissante en fonction de $\rho$.

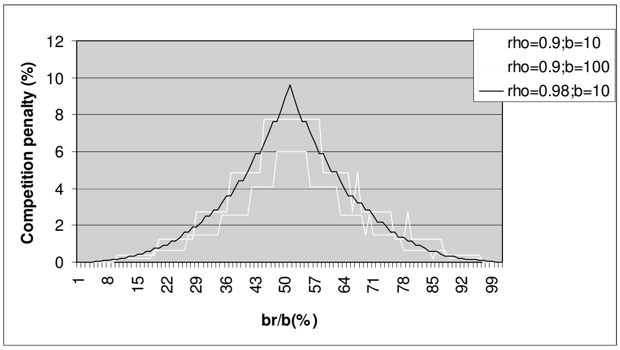


Figure 2. L'efficacité de l'équilibre de Nash en fonction de br.

### *3.2.3. La coordination, le contrat $\alpha$*

A partir de la proposition 2, il est clair que pour qu'un contrat puisse ramener la solution du système décentralisé à celle du système centralisé, il faut qu'il permet d'augmenter les niveaux des stocks optimaux du fournisseur et du détaillant afin d'avoir $Ss^*+Sr^*=S^*$. Ainsi, dans le contrat que nous élaborons, nous allons créer des transferts d'argent entre les différents agents afin de pouvoir modifier les paramètres du système et pouvoir ainsi varier les niveaux des stocks optimaux.

Dans un contrat $\alpha$, le fournisseur propose de payer une quantité $\alpha h$ par unité de temps pour chaque élément de stock du détaillant afin de l'inciter à garder plus de stock. Les différents coûts dans le système s'écrivent de la façon suivante :

$$Cr(Ss, Sr) = h(1-\alpha)Ir(Ss, Sr) + brB(Ss + Sr) \qquad (3)$$

$$Cs(Ss, Sr) = hIs(Ss, Sr) + \alpha hIr(Ss, Sr) + bsB(Ss + Sr) \qquad (4)$$

***Lemme 4a :***
*Cs(Ss, Sr)* est convexe en *Ss* et atteint son minimum pour la valeur suivante de *Ss*:

$$Ss^* = \left\lfloor \frac{Log \frac{h}{(1-\alpha)h + (bs + \alpha \times h) \times \rho^{Sr}}}{Log\rho} \right\rfloor .$$

***Lemme 4b :***
*Cr(Ss, Sr)* est convexe en *Sr* et atteint son minimum pour la valeur suivante de *Sr*:

$$Sr^* = \max(0; \left\lfloor \frac{Log \frac{(1-\alpha)h}{(1-\alpha)h + br}}{Log\rho} - Ss \right\rfloor ) .$$

***Proposition 5 :***
Soit un système à deux agents *S* et *R* dont les fonctions de coût sont présentées par les équations (3) et (4), alors il existe toujours $\alpha = \dfrac{bs}{b}$ qui ramène la solution du système décentralisé à celle du système centralisé.

L'étude des exemples numériques effectués sur la coordination $\alpha$ montre que quelque soit les paramètres du système le niveau de stock optimal $Ss^*$ est nul.

Malgré que le contrat $\alpha$ permet de ramener la solution décentralisée à la solution centralisée de notre système, il ne permet de coordonner la chaîne logistique que s'il tient compte des contraintes de participation des deux agents qu'on peut écrire de la façon suivante :

$$Cs^N(Ss^{*N}, Sr^{*N}) - Cs^C(Ss^{*C}, Sr^{*C}) \geq 0$$
$$et\ \ Cr^N(Ss^{*N}, Sr^{*N}) - Cr^C(Ss^{*C}, Sr^{*C}) \geq 0$$

avec $Cs^N$ et $Cr^N$ sont les coûts respectifs du fournisseur et du détaillant sous l'équilibre de Nash, $Cs^C$ et $Cr^C$ leurs coûts avec le contrat $\alpha$, $Ss^{*N}$ et $Sr^{*N}$ les niveaux de stocks optimaux à l'équilibre de Nash et $Ss^{*C}$ et $Sr^{*C}$ les niveaux de stocks optimaux avec le contrat $\alpha$.

L'étude analytique de ce contrat en tenant compte des contraintes de participation n'est pas aisée, mais les applications numériques montrent que dans la majorité des cas seul un des deux agents pourra accepter de participer au contrat, en d'autres termes, malgré que le contrat envisagé permet de ramener la solution décentralisée du système à la solution centralisée, il ne permet pas toujours de coordonner le système.

Dans la figure 3, nous avons pris pour chaque *br* le gain de chaque agent avec un contrat $\alpha$ par rapport à l'équilibre de Nash et nous remarquons que l'intervalle de *br* pour lequel les contraintes de participation sont valides (les deux agents sont meilleurs avec le contrat que sous l'équilibre de Nash sans coordination) est étroit. Ainsi, pour rendre la coordination valable, il faut choisir les taux de participation au coût de backlog *bs* et *br* ce qui sort de la description du modèle que nous avons présenté au départ. Dans le cas ou ces paramètres sont fixés d'avance, afin de rendre ce type de contrat valable, nous pouvons envisager des transferts d'argent qui partagent le profit de la partie gagnante mais on pense que ce type de contrat sera difficile à gérer.

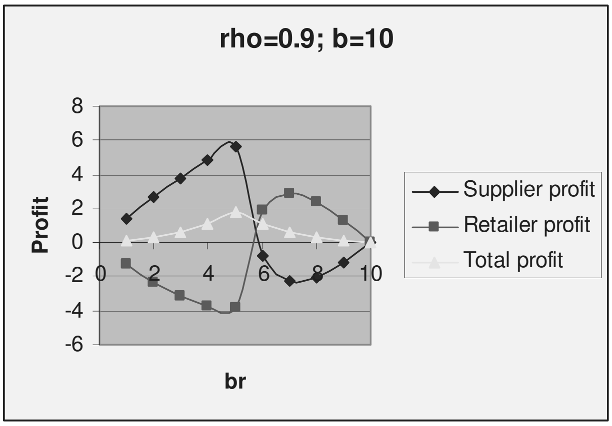


Figure 3. Les courbes de gain du contrat $\alpha$ par rapport à l'équilibre de Nash

## 4. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

La dégradation des performances des chaînes logistiques dans des systèmes décentralisés a été étudiée par plusieurs auteurs. Dans ce travail, nous avons étudié un système de production/stockage à deux étages avec une limitation de capacité au premier étage.

Cette étude nous a mené à des résultats intéressants : nous avons montré que la dégradation des performances du système dans un équilibre de Nash par rapport au système centralisé est due à la diminution des niveaux de stocks du système et que cette diminution est plus significative quand les deux acteurs partagent équitablement les coûts de rupture. Nous avons montré par la suite que la coordination d'un tel système est possible, néanmoins, dans la majorité des cas, le contrat proposé ne satisfait pas un des deux acteurs.

Dans des travaux plus récentes, nous avons généralisé ces résultats sur d'autres types d'équilibre (les équilibres de Stackelberg). A partir de travaux antérieurs sur la file *G/M/1* (Jemai et Karaesmen, 2001), nous avons étudié le cas d'une demande qui suit une loi générale. Par la suite, nous avons étendu cette étude sur un système à deux étages de production.

## REFERENCES

Buzacott J. A. and Shanthikumar J. G., 1993. *Stochastic Models of Manufacturing Systems*. Prentice Hall, New Jersey.
Binmore K., 1999. *Jeux et théorie des jeux*. Deboeck Université, Paris.
Cachon G. P., 1999. Competitive and Cooperative Inventory Management in a Two-Echelon Supply Chain with Lost Sales. Rapport technique, Duke University.
Cachon G. P. and Zipkin P. H., 1999. Competitive and Cooperative Inventory Policies in a two-Stage

Supply Chain. *Management Science*, Vol.45, No. 7, pp. 936-953.

Caldentey R. and Wein L. M., 2000. Analysis of a Decentralized Production-Inventory System. Rapport technique, MIT.

Celikbas M., Shanthikumar J. G. and Swaminathan J. M., 1999. Coordinating Production Quantities and Demand Forecasts Through Penalty Schemes. *IIE Transactions,*Vol.31, pp.851-864.

Corbett C. and DeCroix G. A., . Shared-savings Contracts for Indirect Materials in Supply Chains: Channel Profits and Environmental Impacts. *Management Science,* Vol. 47, No. 7, pp. 881-893.

Jemai Z. and Karaesmen F., 2001. The Influence of Demand variability on the Performance of a Make-to-Stock Queue. Rapport technique, Ecole Centrale Paris.

Kleinrock L., 1975. *Queueing Systems, Volume 1:Theory*. John Wiley and Sons, New York.